

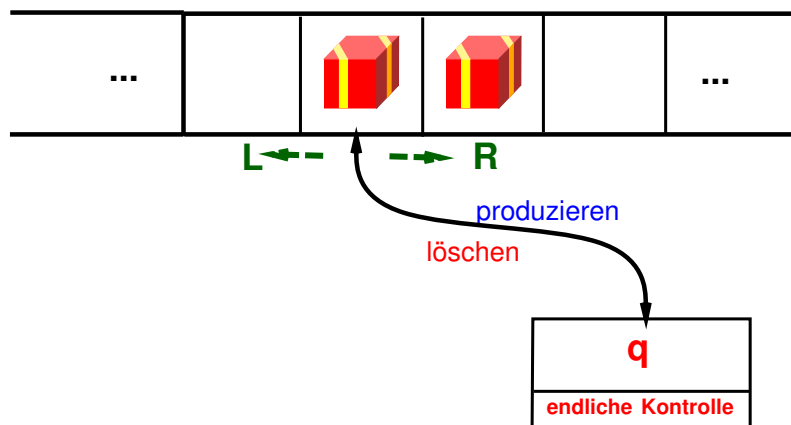
Übung zu
**Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und
formale Sprachen**
WS 2006/2007
Blatt 10

Aufgabe 29: (Eine Weihnachtsgeschichte)

Weihnachtlich geht es zu im Himmel!

Die Maschinen zur Geschenkproduktion laufen auf Hochtouren, und der Transport zu den Menschen auf Erden ist eine logistische Meisterleistung. Die Weihnachtsmänner sind allerdings richtig sauer. Sie beschweren sich, dass die Geschenke produzierenden Maschinen immer nur wenige Geschenke auf einmal herstellen, bevor sie halten. Nur bei haltender Maschine können die Weihnachtsmänner die produzierten Geschenke entnehmen und auf ihre Schlitten verladen. Die Weihnachtsmänner müssen mit halb leeren Schlitten vom Himmel zur Erde fahren und haben aufgrund dieser Ineffizienz bereits beantragt, die Maschinen auszutauschen.

Bei der Produktion von Geschenken ist natürlich Magie im Spiel. Die produzierenden Maschinen arbeiten wie folgt:



Sie haben eine endliche Kontrolle mit Zustandsmenge $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n, H\}$, wobei H ein Haltezustand ist, von dem aus kein Übergang mehr möglich ist. Der Startzustand ist q_1 . Das Produktionsband muss zu Beginn der Produktion leer sein. Die Maschinen haben einen Arbeitskopf, der ein Geschenk auf eine Zelle des Bandes zaubern kann, bzw. ein Geschenk von einer Zelle des Bandes wegzaubern kann (andere Bandinhalte sind trotz aller Magie nicht möglich). Dabei führen sie wie deterministische Turingmaschinen einen Zustandsübergang aus, der, abhängig vom aktuellen Zustand und dem Zelleninhalt der aktuellen Bandzelle, einen neuen Zustand, einen neuen Bandzelleninhalt und eine Kopfbewegung aus $\{L, R\}$ bestimmt (der Kopf muss sich in jedem Schritt bewegen!). Die Maschinen sind himmlisch schnell, d.h. ein Schritt einer solchen Maschine kostet keine irdische Zeit.

Nachdem jedoch in den letzten Jahren mehrere Weihnachtsmänner vom Arbeitskopf dieser Maschinen schwer verletzt wurden, weil sie in die laufenden Maschinen ge-griffen hatten, wurde für dieses Jahr die strikte Anord-nung erlassen, dass die Geschenke nur bei haltender Ma-schine vom Produktionsband auf die Schlitten verladen werden dürfen.



Leider haben die aktuellen Maschinen nur die Zustände $Q = \{q_1, q_2, H\}$. Für Maschinen dieser Art hat Tibor Rado (Tibor Rado, On Non-Computable Functions, The Bell System Technical Journal, Vol. 41, S. 877-884, 1962) bereits 1962 gezeigt, daß sie nur 4 Geschenke herstellen können, bevor sie wieder halten. Die Weihnachtsmänner können aber bis zu 13 Geschenke auf ihre Schlitten verladen und haben daher bei Gott eine Umstellung auf Maschinen mit Zustandsmenge $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, H\}$ beantragt. In den laufenden Verhandlungen machte Gott jedoch immer wieder geltend, dass ihm noch niemand eine Maschine mit vier regulären Zuständen gezeigt habe, die wirklich hält und zuvor mehr als die maximal vier Geschenke der alten Maschinen produziert hat.

Sie sind aufgefordert, den Beweis zu erbringen, dass die Mehrkosten für die Maschinen mit 4+1 Zuständen sich wirklich lohnen. Entwerfen Sie eine Geschenkproduktionsmaschine, die ei-ne Zustandsmenge $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4, H\}$ hat, sich wie oben beschrieben verhält und möglichst viele Geschenke vor ihrem Halten produziert.

Für jedes produzierte Geschenk erhalten sie einen Punkt, wenn Sie nicht nur die Übergangstabelle der Maschine, sondern zusätzlich auch noch die Ausgabe der „Geschenkproduktionsmaschine“ im Simulator (<http://ironphoenix.org/tril/tm>) angeben.

Die aktuellen Maschinen arbeiten übrigens wie folgt:

δ	q_1	q_2
Blank	$(q_2, \text{Geschenk}, R)$	$(q_1, \text{Geschenk}, L)$
Geschenk	$(q_2, \text{Geschenk}, L)$	$(H, \text{Geschenk}, R)$

Eingabe und Ausgabe für den Simulator <http://ironphoenix.org/tril/tm>:

1, -, 2, 1, >
 1, 1, 2, 1, <
 2, -, 1, 1, <
 2, 1, H, 1 >

mit Ausgabe:
 Machine halted:
 Halt state reached
 6 total transitions
 4 non-blank characters on tape



Das EBKFS-Team wünscht Euch allen ein Frohes Weihnachtsfest und ein erfolgreiches Neues Jahr 2007!

