

Rainer Feldmann
Joachim Gehweiler, Nicolai Hähnle,
Frank Hellweg, Martina Hüllmann,
Ulf Lorenz, Daniel Warner

Paderborn, 3.11.2006 12:00 Uhr
Abgabe 13.11.2006 9:00 Uhr
Kästen im Flur D3

Übung zu
**Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und
formale Sprachen**
WS 2006/2007
Blatt 3

Aufgabe 7: Betrachten Sie das Problem REGENDLICH:

Problem REGENDLICH

Geg.: Ein DEA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$

Frage: Ist die von M akzeptierte Sprache endlich, d.h. gilt $|L(M)| < \infty$?

REGENDLICH(DEA M)

Für alle Worte $w \in \Sigma^*$ der Länge $n \leq |w| \leq 2n$:

Wenn $w \in L(M)$, dann

Ausgabe „ $|L(M)| = \infty$ “

Ausgabe „ $|L(M)| < \infty$ “

Der Algorithmus REGENDLICH testet alle Worte $w \in \Sigma^*$ der Länge $n \leq |w| \leq 2n$ auf Mitgliedschaft in $L(M)$. Dabei ist n die im Pumping Lemma garantierte Konstante für $L(M)$.

Beweisen Sie, dass der angegebene Algorithmus das Problem REGENDLICH korrekt löst.

Aufgabe 8: Beweisen Sie: $L = L(1^*) \cup \{0^j 1^{k^2} \mid j \geq 1, k \geq 0\}$ ist nicht regulär.

Aufgabe 9: Beweisen Sie durch Induktion über die Konstruktionstiefe eines regulären Ausdrucks, dass folgendes gilt:

Es sei Σ ein Alphabet. Für alle regulären Ausdrücke R über Σ gilt

(i) $L(R) = \emptyset$ oder

(ii) es existiert ein regulärer Ausdruck R' über Σ mit $L(R') = L(R)$, in dem das Symbol \emptyset nicht vorkommt.

Aufgabe 10: * Betrachten Sie das Problem ANZAHLWORTE:

Problem ANZAHLWORTE:

Geg.: Ein DEA $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ und eine natürliche Zahl m

Frage: Wie viele Worte der Länge m enthält $L(M)$?

Geben Sie einen Algorithmus an, der das Problem ANZAHLWORTE löst, und bestimmen Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.

Hinweis: Lassen Sie sich von der Rekursionsformel für $R_{i,j}^{(k)}$ im Beweis von Satz 3 der Vorlesung (Folie 28) inspirieren.