Rainer Feldmann
Joachim Gehweiler, Nicolai Hähnle,
Frank Hellweg, Martina Hüllmann,
Ulf Lorenz, Daniel Warner

Paderborn, 10.11.2006
Abgabe : keine

Präsenzübung zu

Einführung in Berechenbarkeit, Komplexität und formale Sprachen

WS 2006/2007

Blatt 4

Aufgabe 8: Betrachten Sie den DEA $M := (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ mit

$$Q := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \}, \Sigma := \{a, b\}, q_0 := 1, F := \{6\}$$

wobei $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ durch die folgende Tabelle definiert ist:

q	$\delta(q,a)$	$\delta(q,b)$
1	5	2
2	5	6
3	1	6
4	3	4
5	1	3
6	6	6

Konstruieren Sie mit Hilfe des aus der Vorlesung bekannten Algorithmus einen zu M äquivalenten DEA mit minimaler Anzahl von Zuständen.

Aufgabe 9: Sei Σ ein Alphabet und $L \subseteq \Sigma^\star$ eine nicht reguläre Sprache.

1. Finden Sie eine reguläre Sprache $L_1 \subseteq \Sigma^\star$, so dass $L \cup L_1$ regulär ist.
2. Finden Sie eine nicht reguläre Sprache $L_2 \subseteq \Sigma^\star$, so dass $L \cup L_2$ regulär ist.
3. Finden Sie eine nicht reguläre Sprache $L_3 \subseteq \Sigma^\star$, $L_3 \neq L$, so dass $L \cup L_3$ nicht regulär ist.

Beweisen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 10: Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Betrachten Sie den durch $h(a) := b$ und $h(b) := ab$ gegebenen Homomorphismus $h : \Sigma \to \Sigma^\star$ und die Funktion $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$, die durch $f(i) := |h^i(a)|$ definiert ist ($h^0(a) = id(a) = a$). Zeigen Sie, dass $f(i) = F_{i+1}$, wobei F_i die i-te Fibonaccizahl ist.
Zur Erinnerung: Die Fibonaccizahlen sind rekursiv definiert durch

$$F_1 = F_2 = 1 \text{ und } F_n = F_{n-2} + F_{n-1} \text{ für alle } n > 2$$

Aufgabe 11: Sei $L = \{w \in \{0, 1\}^\star | w = 0^n 1^n, n \geq 0\}$. Zeigen Sie mit Hilfe des Pumping Lemmas: Jede unendliche Teilmenge von L ist nicht regulär.