

Musterlösung zu Aufgabe 3 (Blatt 7)

Schritt 1: Geben Schlupfvariablen hinzu.

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & & = & 8 \\ x_1 & - & x_2 & & & + & x_4 & = & 2 \\ 2x_1 & + & x_2 & & & & & - & x_5 & = & 7 \end{array}$$

Problem: x_5 hat ein negatives Vorzeichen.

Fügen daher weitere Schlupfvariablen hinzu und erhalten somit das folgende Ausgangsproblem / Hilfsproblem:

$$\begin{array}{rclcl} \text{Min } x_6 & + & x_7 & + & x_8 & \rightarrow & \text{Max } -x_6 & - & x_7 & - & x_8 \\ \text{u.d.N. } x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & & & + & x_6 & & = & 8 \\ x_1 & - & x_2 & & & + & x_4 & & & + & x_7 & = & 2 \\ 2x_1 & + & x_2 & & & & & - & x_5 & & + & x_8 & = & 7 \\ x & \geq & 0 & & & & & & & & & & & \end{array}$$

In **Tableauform**:

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | x_8 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| | | | | | | | | -1 |
| 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 8 |
| 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 1 | 7 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | -1 | 0 |
| 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Hilfsproblem (HP)

Zur weiteren Vereinfachung können die redundanten Spalten x_6 und x_7 gestrichen werden. Die neuen Basisvariablen sind nun x_3 , x_4 und x_8 . Lediglich in der Spalte zu x_8 befindet sich noch eine -1 im Hilfsproblem. Um diese zu eliminieren, addieren wir die 4. Zeile (mit dem Hilfsproblem) mit der 3. Zeile und erhalten das folgende Tableau:

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_8 | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| | | | | | | -1 |
| 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | -1 | 1 | 7 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | -1 | 0 | 7 |
| 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Hilfsproblem (HP)

Schritt 2: Beginnen mit Phase 1.

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_8 | -1 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 8 |
| 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | -1 | 1 | 7 |
| 2 | 1 | 0 | 0 | -1 | 0 | 7 |
| 3 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Hilfsproblem (HP)

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_8 | -1 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 0 | 3 | 1 | -1 | 0 | 0 | 6 |
| 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 |
| 0 | 3 | 0 | -2 | -1 | 1 | 3 |
| 0 | 3 | 0 | -2 | -1 | 0 | 3 |
| 0 | 5 | 0 | -3 | 0 | 0 | -6 |

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_8 | -1 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | -1 | 3 |
| 1 | 0 | 0 | 1/3 | -1/3 | 1/3 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | -2/3 | -1/3 | 1/3 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1/3 | 5/3 | -5/3 | -11 |

Schritt 3: Wenden nun Phase 2 an.

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_8 | -1 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | -1 | 3 |
| 1 | 0 | 0 | 1/3 | -1/3 | 1/3 | 3 |
| 0 | 1 | 0 | -2/3 | -1/3 | 1/3 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1/3 | 5/3 | -5/3 | -11 |

| x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_8 | -1 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | -1 | 3 |
| 1 | 0 | 1/3 | 2/3 | 0 | 0 | 4 |
| 0 | 1 | 1/3 | -1/3 | 0 | 0 | 2 |
| 0 | 0 | -5/3 | -4/3 | 0 | 0 | -16 |

$\rightarrow x = (4, 2)^T, c^T x = 16$