U. Lorenz **Blatt 7** **Besprechung, sobald möglich**

Übungen zu Optimierung I

1. Gegeben sei der folgende gerichtete Graph:

   $V = \{s, v_1,v_2,v_3,v_4,t\}$, $E = \{(s,v_1), (s,v_2), (v_1,v_2), (v_1,v_3), (v_2,v_4), (v_4,v_3),(v_3,t), (v_4,t)\}$
   Kostenfunktion c: $c(s,v_1)=2$, $c(s,v_2)=1$, $c(v_1,v_2)=3$, $c(v_1,v_3)=3$,
   $c(v_2,v_4)=1$, $c(v_4,v_3)=2$, $c(v_3,t)=2$, $c(v_4,t)=5$
   Die Kosten für nicht vorhandene Kanten betragen üblicherweise unendlich.

   a) Stellen Sie den Graphen bildlich dar.
   b) Lösen Sie das kürzeste Wege Problem mit Hilfe des Primal/Dualen Simplex. Geben Sie dafür das Duale (D) an, sowie das jeweilige (DRP) (vgl. Vorlesung), und zeichnen Sie die Lösung analog zu den Folien 132f., jeweils mit den aktuellen Werten von (D) an den Knoten, und der optimalen Lösung des (DRP).

2. Sei das folgende Optimierungsproblem gegeben:

   Max $c^T x$ mit $c = (5,5,1,1,0)$, $x \in \mathbb{R}^5$ udN $x \geq 0$ und

   $x_1 + x_2 + x_3 = 7$
   $x_1 - x_3 + x_4 = 3$
   $3x_2 + x_3 - x_4 \leq 12$

   a) Transformieren Sie die Aufgabe in primale Tableauform mit Hilfe der Variable x_5. Führen Sie zu B(1)=3, B(2)=4 und B(3)=5 die Basistransformation durch und zeigen Sie, dass zu B eine zulässige Basislöswung gehört. Bestimmen Sie diese und den dazugehörigen Zielfunktionswert.

   b) Stellen Sie die Projektion der Lösungsmenge auf die x1-x2-Ebene graphisch dar und drücken Sie die Zielfunktion auf der Lösungsmenge als Funktion von x1 und x2 aus.

   c) Bestimmen Sie die zu B(1)=2, B(2)=1 und B(3)=5 gehörige Basislösung und bestimmen Sie alle zugehörigen Nachbarecken.

3. Lösen Sie folgende lineare Optimierungsaufgabe:

   max $3x_1 + 2x_2$
   udN.: $x_1,x_2 \geq 0$
   $x_1 + 2x_2 \leq 8$
   $x_1 - x_2 \leq 2$
   $2x_1 + x_2 \geq 7$

4. Eine Firma hat m Fabriken und n Auslieferungslager. Die Frabrik i hat eine Jahresproduktionskapazität von a_i Einheiten, die Herstellung verursacht Produktionskosten von k_i pro Einheit. Das Lager j benötigt pro Jahr genau b_j Einheiten und der Transport von Fabrik i zum Lager j kostet c_{ij} pro Einheit. Modellieren Sie das Problem.

5. Die folgende Optimierungsaufgabe sei gegeben:
   Minimiere $2x_1 - 5x_2$ udN $x \geq 0$ und
   $x_1 - x_2 \geq 3$, $x_1 - 2x_2 \leq 6$, $3x_1 - x_2 \geq 5$, $4x_1 - 2x_2 \geq 6$, $x_1 + x_2 = 1$

   a) Formulieren Sie die duale Aufgabe.

   b) Geben Sie optimale Lösungen für die primale und die duale Aufgabe an.