U. Lorenz **Blatt 2**

Übungen zu Optimierung I

1. Das Produktionsprogramm einer Firma umfasst die Produkte $P_1,...,P_n$, für deren Herstellung die Maschinen $M_1,...,M_m$ zur Verfügung stehen. Für einen festen Zeitraum werden vom Produkt P_j mindestens b_j Einheiten benötigt bei einem Gewinn von c_j Euro pro Einheit ($1 \leq j \leq n$). Die Maschine M_i kann in dem festen Zeitraum k_i Minuten lang produzieren ($1 \leq i \leq m$). Es dauert a_{ij} Minuten, um eine Einheit des Produkts P_j auf Maschine M_i zu produzieren.

   a) Wie lautet die Optimierungsaufgabe für eine Maschinenbelegung mit maximalem Gesamtgewinn?

   b) Geben Sie eine zulässige Lösung an bei folgenden Daten:
   $b_1 = 80$, $b_2 = 100$, $c_1 = 200$ Euro, $c_2 = 190$ Euro
   $k_1 = 16$h, $k_2 = 15$h
   $a_{11} = 12$min, $a_{12} = 10$min, $a_{21} = 10$min, $a_{22} = 9$min.

   c) Ist Ihre Lösung optimal?

2. Zu $x \in \mathbb{R}^3$ sei $M = \{ y \in \mathbb{R}^3; 0 \leq y \leq x\}$

   a) Zeigen Sie, dass M konvex ist.
   b) Bestimmen Sie die Menge der Ecken von M

3. Sei $m \leq n$, $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{m\times n}$, $x = (x_1,...,x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ und $D = (d_{ij}) \in \mathbb{R}^{k\times m}$. Zu den injektiven Abbildungen $B: \mathbb{N}_m \to \mathbb{N}_n$ und $N: \mathbb{N}_{n-m} \to \mathbb{N}_n\backslash B(\mathbb{N}_m)$ definiere $A_B = (a_{iB(j)}) \in \mathbb{R}^{m\times n}$ bzw. $A_N = (a_{iN(j)}) \in \mathbb{R}^{m\times(n-m)}$ und $x_B = (x_{B(1)},...,x_{B(m)})^T$, bzw $x_N = (x_{N(1)},...,x_{N(n-m)})^T$.

Zeige: $Ax = A_Bx_B + A_Nx_N$ sowie $(DA)_B = DA_B$.