

Übungen zur Vorlesung
Algorithmen des Internets
Sommer 2005
Blatt 9

AUFGABE 18:

Angenommen, $cn \ln n$ Bälle werden in n Körbe zufällig geworfen. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

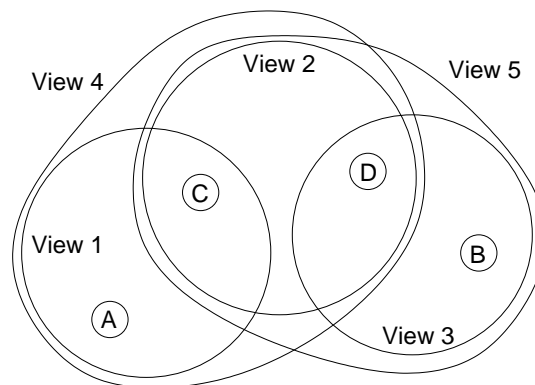
- Die Wahrscheinlichkeit, dass einer der Körbe leer bleibt, ist höchstens $\mathcal{O}(n^{-c+1})$.
- Die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als $k \ln n$ Bälle in einem der Körbe landen für ein geeignetes $k > c$, ist höchstens $\mathcal{O}(n^{-c'})$ (Man kann für jedes c die Konstante k so wählen, dass diese Aussage für eine Konstante c' gilt).

Hinweis zu b: Betrachten Sie zunächst *einen* Korb und verwenden sie die folgende Chernoff-Schranke, um die Wahrscheinlichkeit für mehr als $k \ln n$ Bälle abzuschätzen. Leiten sie daraus die Schranke für mehr als $k \ln n$ Bälle in *irgendeinem* der n Körbe ab.

Satz Seien X_1, \dots, X_m unabhängige Bernoulli-verteilte Zufallsvariablen mit Erfolgswahrscheinlichkeit p . Für $X = \sum_i^m X_i$ und Erwartungswert $\mu = E[X] = mp$ und $t \geq e^2 \mu$ gilt: $\Pr[X \geq t] \leq e^{-t}$

AUFGABE 19:

Betrachten Sie folgende Views mit den entsprechenden Web-Caches:



Sei $H_v(b)$ die Menge aller Web-Seiten in Cache b bezüglich View v beschreibt. Angenommen, die Web-Seiten werden mit einer monotonen Ranged-Hash-Funktion abgebildet.

- Welche Mengenrelationen zwischen den Web-Seiten, die auf den Web-Cache A , B , C , und D abgebildet werden, kann man allein aus der Monotonie ableiten? (z.B. gilt $H_2(A) \subset H_1(B)$?)
- Welche untere und obere Schranken kann man für die Last $\lambda(b)$ der Web-Caches ableiten?
- Welche kann man für die Verbreitung $\sigma(i)$ einer Web-Seite ableiten?