Christian Schindelhauer
Stefan Rührup

Paderborn, den 25. April 2005
Besprechung 02. Mai 2005

Übungen zur Vorlesung
Algorithmen des Internets
Sommer 2005
Blatt 3

AUFGABE 5:
Betrachten Sie das Mehrfach-Fluss-Problem mit Knoten $V = \{A, B, C, D, E\}$, den Kanten

$$E = \{(A, B), (B, C), (C, A), (B, E), (C, E), (E, D), (D, B)\}$$

mit Gewichten $w(A, B) = 14$, $w(B, C) = 10$, $w(C, A) = 6$, $w(B, E) = 6$, $w(C, E) = 12$, $w(E, D) = 5$ und $w(D, B) = 10$ (wie aus der Vorlesung bekannt).

a) Formulieren Sie dieses Mehrfach-Fluss-Problem als lineares Optimierungsproblem.

b) Bestimmen Sie eine Congestion-minimale Lösung für den Bedarf $d(A, E) = 4$, $d(B, D) = 1$, $d(C, B) = 3$ und $d(x, y) = 0$ für alle anderen Kombinationen $x, y \in V$ und beweisen Sie die Optimalität.

.

AUFGABE 6:
Betrachten Sie einen ungerichteten Graph mit n Knoten $\{1, 2, \ldots, n\}$ und der Kantenmenge $E = \{i \in \{1, \ldots, n-1\} \ : \ \{i, i+1\}\} \cup \{\{1, n\}\}$ mit Kantengewichten von jeweils 1.
Betrachten Sie folgende Oblivious-Routing-Strategien:

1. Münzwurf: Soll ein Paket von u nach $v \neq u$ gesendet werden, dann entscheidet ein gleichwahrscheinlicher unabhängiger Münzwurf, ob das Paket links oder rechts herum im Kreis nach u geschickt wird.

2. Rechtsherum: Jedes Paket wird rechts herum von u nach $v \neq u$ um den Kreis gesendet, also über $u, u \bmod n + 1, (u+1) \bmod n + 1, \ldots, (v-2) \bmod n + 1, v$.

3. Kürzester Weg: Jedes Paket wird auf den kürzesten Weg von u nach $v \neq u$ geschickt. Sind sowohl der rechte als auch der linke Weg gleich lang, wird der rechte Weg bevorzugt.

Betrachten Sie folgende Bedarfsfunktionen:

A) Schritt-nach-links: Für alle $i \in \{2, \ldots, n\}$: $d(i, i-1) = 1$, $d(1, n) = 1$ und sonst $d(i, j) = 0$: Jeweils ein Paket wird nach links geschickt.

B) Jeder-zu-jedem: Für alle $i, j \in \{1, \ldots, n\}$: $d(i, j) = 1$.

C) Klammer: $d(1, 4) = 1$, $d(2, 3) = 1$ und $d(i, j) = 0$ für alle andere Kombinationen.

a) Bestimmen Sie für jede Bedarfsfunktion das Congestion-minimale Routing.

b) Bestimmen Sie für jede Kombination aus Oblivious-Routing-Strategie und Bedarfsfunktion die (erwartete) Congestion.

c) Berechnen Sie jeweils das kompetitive Verhältnis (für jede Kombination aus Oblivious-Routing-Strategie und Bedarfsfunktion).

AUFGABE 7:
Beweisen Sie, dass die Kürzeste-Wege-Routing-Strategie auf dem ungerichteten Ring aus Aufgabe 6 für alle Bedarfsfunktionen 2-kompetitiv hinsichtlich der Congestion ist.